

CB-602

## PROBLEMAS CON LOS PROBLEMAS PISA, ¿QUÉ Y CÓMO EVALÚAN?

Moya, J. A. – Ferrando, I.

[juanantonio.moya@unir.net](mailto:juanantonio.moya@unir.net) – [irene.ferrando@uv.es](mailto:irene.ferrando@uv.es)

Universidad Internacional de la Rioja – España

Universitat de València - España

Núcleo temático: La Resolución de Problemas en Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Educación Secundaria

Palabras clave: PISA, Matemáticas, Resolución de problemas, Estado de la cuestión.

### Resumen

*Los resultados de las pruebas PISA organizadas por la OCDE tienen un fuerte impacto mediático, tanto que, a menudo, son tomados como medida para establecer la necesidad de realizar cambios sustanciales en las políticas educativas de los países afectados por resultados mejorables. En esta comunicación trataremos de mostrar de forma clara, a través de los resultados de un estudio minucioso de los problemas que componen las pruebas, cuáles son los aspectos evaluados por PISA y cuáles son exactamente los criterios de evaluación. Este estudio preliminar pretende abrir el debate alrededor de la efectividad del programa PISA como herramienta para la medida objetiva de la calidad de la enseñanza de las matemáticas.*

### Introducción y objetivos del trabajo

Las pruebas de evaluación de la competencia matemática del programa internacional de evaluación de alumnos, conocido como PISA por el acrónimo en inglés (Programme for International Student Assessment) en el marco de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), han conseguido, debido a su fuerte impacto mediático, poner la enseñanza de las matemáticas en el centro del debate educativo. Este debate suele centrarse en el ranquin de puntos establecido a partir de los resultados de las pruebas, sacando, a menudo, conclusiones generales sobre la calidad del sistema educativo.

Independientemente de los resultados de las pruebas de matemáticas, los documentos ofrecidos por diferentes entidades oficiales (OCDE, MECD, etc) o los trabajos académicos, todavía son ajenos a la mayoría de profesores de educación secundaria y, por tanto, los problemas utilizados en las pruebas PISA son escasamente tratados en las aulas. En este

trabajo trataremos de presentar de forma clara cuáles son los aspectos evaluados por PISA y bajo qué criterios se evalúan. De esta forma pretendemos abrir la discusión sobre si la OCDE a través del programa PISA, ofrece una medida objetiva de la calidad de la enseñanza de las matemáticas. Una revisión de diferentes fuentes nos permitirá, en primer lugar, mostrar un perfil del marco teórico en que se diseñan las pruebas del programa e identificar algunas razones que justifiquen la necesidad de estas pruebas. A continuación, nos centraremos en el diseño de las pruebas, en su estructura y los criterios de evaluación utilizados. Intentaremos ser particularmente cuidadosos en estos apartados, aportando ejemplos claros para ilustrar las bases teóricas del diseño y de la evaluación. A partir de estos dos grandes apartados pretendemos aportar argumentos para generar una discusión alrededor de la validez del programa PISA para medir objetivamente la calidad de la enseñanza de las matemáticas.

### **¿Quiénes elaboran el marco teórico de las pruebas PISA?**

En el año 2012, el marco teórico fue redactado bajo la dirección del Grupo de Expertos en Matemáticas (MEG) de ese año, un órgano designado por los principales contratistas de PISA con la aprobación del Consejo de Gobierno de PISA. Entre los diez miembros de este grupo podemos encontrar a matemáticos, profesores de matemáticas y expertos en evaluación, tecnología, e investigación educativa de distintos países, los detalles pueden consultarse en el Anexo B de la web de las pruebas en el sitio de la OCDE<sup>1</sup>. Además, buscando asegurar una participación y revisión más extensa, se distribuyó un borrador a más de 170 expertos de matemáticas de más de 40 países para que realizasen las observaciones pertinentes. Achieve y el Consejo Australiano de Investigación Educativa (ACER), los dos organismos contratados por la OCDE para gestionar el desarrollo del marco, también realizaron varios esfuerzos de investigación para documentar y apoyar dicho desarrollo (se puede encontrar documentación al respecto en la web oficial de ACER<sup>2</sup>). En el trabajo de Caraballo, Rico y Lupiáñez (2013) se sintetizan y comparan de forma detallada los supuestos teóricos que enmarcaron las pruebas entre 2003 y 2012. El marco en el que se encuadraron las pruebas PISA 2015 es una actualización del Marco de 2012 bajo la dirección del MEG de 2015.

---

<sup>1</sup> [http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book\\_final.pdf](http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf)

<sup>2</sup> <https://www.acer.org/ozpisa/publications-and-data>

### **¿Por qué la necesidad de estas pruebas?**

Las matemáticas son una herramienta esencial para los jóvenes a la hora de afrontar cuestiones y desafíos relativos a aspectos personales, profesionales, sociales y científicos de su vida. Es, por tanto, importante saber hasta qué punto éstos, una vez finalizada su escolarización, están adecuadamente preparados para aplicar las matemáticas en la comprensión de aspectos importantes y en la resolución de problemas significativos. Una evaluación a la edad de 15 años proporciona una indicación temprana del modo en que las personas pueden responder en el futuro a la gran variedad de situaciones con las que se van a encontrar y en las que están implicadas las matemáticas. PISA evalúa la competencia matemática partiendo de los criterios establecidos, entre otros, por Niss (1999), es decir, las capacidades de los individuos para razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. El objetivo de la prueba es medir hasta qué punto los alumnos de 15 años son capaces de manejar con destreza las matemáticas cuando se enfrentan a situaciones y problemas, la mayoría de los cuales están presentes en contextos del mundo real. En el siguiente apartado detallaremos e ilustraremos con ejemplos qué aspectos relativos a la competencia matemáticas son evaluados, y cómo el marco competencial estructura la prueba.

### **Aspectos evaluados por PISA y que marcan la estructura de la prueba**

Para evaluar la competencia matemática, las pruebas PISA distinguen tres aspectos, interrelacionados, que marcan la estructura de la prueba: los procesos matemáticos y las capacidades; el contenido matemático y los contextos. A continuación, pasamos a describir con más detalle cada uno de estos tres aspectos.

La competencia matemática evaluada en las pruebas PISA se refiere a la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas. Así, el programa PISA distingue tres *procesos matemáticos*: formular situaciones matemáticamente; emplear conceptos, hechos, procedimientos y razonamiento matemáticos; interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos. El proceso de formular se relaciona con la conexión e indica el grado de eficacia con que el alumnado puede reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas en las situaciones de los problemas (ver Anexos, ejemplo 1). El proceso de empleo o reproducción indica el grado de corrección con que los alumnos pueden

reproducir cálculos y manipulaciones matemáticas conocidas, aplicando los conceptos y los datos que conocen para llegar a una solución matemática (ver Anexos, ejemplos 2 y 3). El proceso de interpretar indica el grado de eficacia con que los alumnos pueden reflexionar sobre las soluciones o conclusiones matemáticas, interpretarlas en el contexto de un problema del mundo real y establecer si los resultados o conclusiones son razonables (ver anexos, ejemplo 1).

Es evidente que la facilidad con que el alumno pueda aplicar las matemáticas a problemas reales va a depender de sus destrezas inherentes a estos tres procesos (Niss (2002) realiza un estudio en profundidad sobre las distintas dimensiones que engloba la competencia matemática). El diseño de la prueba busca lograr un equilibrio que dé aproximadamente el mismo peso a los dos procesos que requieren establecer una conexión entre el mundo real y el matemático (formular e interpretar) y al proceso que exige al alumnado que sea capaz de trabajar en un problema formulado matemáticamente (emplear).

Cada uno de estos procesos se sustenta en un conjunto de *capacidades matemáticas* fundamentales. A medida que aumenta el nivel de competencia matemática de un individuo, este puede progresar hacia un nivel cada vez mayor de capacidades matemáticas fundamentales (Turner y Adams, 2012). Así, el diseño de las pruebas se basa en evaluar siete capacidades matemáticas fundamentales: comunicación, corresponde a la capacidad para descodificar la información del problema y presentar los resultados; matematización, capacidad para interpretar matemáticamente un problema real; representación de objetos y situaciones matemáticas; razonamiento y argumentación: diseño de estrategias de resolución: selección o diseño de un plan o estrategia para utilizar las matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto; utilización de operaciones y lenguaje simbólico, formal y técnico; utilización de herramientas matemáticas: conocimiento del manejo de herramientas físicas e informáticas, así como sus limitaciones. Conviene puntualizar, en primer lugar, que estas capacidades no van a aparecer por separado, sino de una forma conjunta en los distintos enunciados, solapándose en muchos casos. Por otro lado, vemos que, pese a no existir una conexión directa entre los procesos y las capacidades matemáticas, cada una de éstas encaja más con uno de los tres.

En los centros escolares, el currículo de matemáticas se organiza normalmente en torno a áreas de contenido, pero fuera del aula, los desafíos o las situaciones que se presentan no suelen ir acompañadas de un conjunto de normas y prescripciones que indiquen cómo se han de afrontar. Esto, como consecuencia, implica la necesidad de un cierto pensamiento creativo para ver las posibilidades de que las matemáticas sean relevantes para la situación y para formularla matemáticamente. La siguiente lista de categorías de contenido se utiliza en PISA para satisfacer las demandas del desarrollo histórico, la cobertura del área de conocimiento de las matemáticas, los fenómenos subyacentes que motivan su evolución, y la reflexión sobre las principales áreas de los currículos escolares. Así, en el programa PISA se distinguen cuatro categorías que caracterizan el conjunto de *contenidos matemáticos* básicos para la disciplina: cambio y relaciones (ejemplo 1 de los Anexos); espacio y forma (ejemplo 2 de los Anexos); cantidad (ejemplo 3 de los Anexos); incertidumbre y datos. Las preguntas seleccionadas para PISA 2015 se distribuyen entre las cuatro categorías de contenido por igual. El objetivo es equilibrar la distribución de las preguntas con respecto a la categoría de contenido, dado que todas estas áreas de conocimiento son igualmente importantes.

La elección de las estrategias y representaciones matemáticas adecuadas depende normalmente del contexto en el que se presenta el problema. Para el estudio PISA es importante la utilización de una amplia variedad de contextos, así, el estudio define cuatro categorías de *contexto* que se emplean para clasificar las preguntas: contexto personal (los 3 ejemplos planteados en Anexos), centrado en las actividades del propio individuo; contexto profesional (ejemplos 2 y 3 de los Anexos), centrado en el mundo laboral; contexto social, centrados en la propia comunidad; contexto científico, referido a la aplicación de las matemáticas a la comprensión y el desarrollo científico. La utilización de estas categorías permite seleccionar distintos contextos de preguntas y garantiza que la evaluación refleje una amplia variedad de usos de las matemáticas. Dado que la principal finalidad de estas categorías es retar a los alumnos en una gran variedad de contextos, cada una de ellas debe contribuir de forma sustancial a la medición de la competencia matemática, lo que implica que el nivel de dificultad de las preguntas de la evaluación que representan una categoría de contexto no debe ser sistemáticamente ni mayor ni menor que el de las de otra categoría.

En 2012, cuando la competencia matemática era el área de conocimiento principal, las preguntas, en formato impreso, se organizaban en nueve grupos, donde cada grupo representaba 30 minutos del tiempo de la prueba. En 2015, la competencia matemática pasa a ser secundaria y se pide al alumnado que complete un menor número de preguntas, pero elaboradas y rotadas de manera similar. En esta última edición, se han utilizado tres tipos de formato de respuesta: abierta, cerrada (ejemplos 1 y 2 de los Anexos) y de selección (ejemplo 3 de los Anexos) (opción múltiple simple y compleja). La distribución de estos tres formatos es equilibrada en el diseño de la prueba.

### **Criterios de evaluación de PISA**

La mayoría de las preguntas se puntúan de forma dicotómica (es decir, con o sin puntuación) pero en ocasiones las de respuesta abierta pueden incluir una puntuación parcial, lo que permite asignar a las respuestas una puntuación en función de los distintos grados de “exactitud”. Con el fin de garantizar que la codificación de las preguntas se realice de forma consistente y fiable, se facilita al personal formado una guía detallada para codificar las respuestas de los alumnos (podemos encontrar ejemplos de esta codificación en las resoluciones de las preguntas liberadas de PISA<sup>3</sup>).

### **¿Ofrece el programa PISA una medida objetiva de la calidad de la enseñanza matemática?**

El programa PISA se centra en evaluar la competencia matemática del alumnado, es decir, en evaluar el aprendizaje matemático mediante tareas en contextos prácticos, preferiblemente realistas. La comprensión de la eficacia del alumnado en cada una de las 3 categorías en que se divide la competencia matemática en las pruebas PISA puede contribuir a fundamentar tanto los debates a nivel de las políticas como las decisiones tomadas más a nivel de aula.

---

<sup>3</sup> <http://educalab.es/documents/10180/425912/chatear2.pdf/68fbb91b-4084-437d-a987-be1ae916cf2f>

En lo referente a los contenidos propiamente matemáticos, los resultados obtenidos se ven como una prueba, no sólo de lo que se enseña en las clases de matemáticas en los países intervinientes en PISA, sino también como un indicador de los conocimientos y destrezas que los países consideran importantes en la preparación de los alumnos de esta edad para convertirse en ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Los contextos para las preguntas de la evaluación se seleccionan en función de su relevancia para los intereses y la vida de los alumnos, y las exigencias a las que se verán sometidas cuando se incorporen a la sociedad

No obstante, el diseño de estas pruebas y sus correspondientes resultados plantean ciertas dudas. Los problemas planteados buscan comprobar el grado de desempeño de los estudiantes y las habilidades adquiridas para solucionar problemas que puedan presentarse en la vida real. Esto provoca que, al tratarse de unos enunciados debidamente contextualizados y embebidos en situaciones de la vida cotidiana, éstos tiendan a ser excesivamente largos en comparación con otras pruebas de evaluación internacional, como TIMSS, más centradas en el aprendizaje matemático en sí mismo. Como consecuencia y dada la dificultad que conllevan estas pruebas al alumnado, como se deduce de los resultados obtenidos en las mismas, algunos autores (Eivers, 2010) sostienen que este hecho puede llevar a no saber discernir si los resultados obtenidos son debidos a dificultades matemáticas o dificultades con la lectura de los propios enunciados.

Finalmente, habría que analizar el contexto en que se realizaron estos problemas, qué explicaciones previas se aportaron al alumnado sobre los mismos y cómo se le motivó para que pusiera el nivel de interés y la actitud necesarias para poder otorgar a los resultados de estas pruebas la fiabilidad requerida, punto ya abordado, entre otros, por Baird et al (2011).

## **Referencias bibliográficas**

Baird, J., Isaacs, T., Johnson, S., Stobart, G., Yu, G., Sprague, T., & Daugherty, R. (2011). Policy effects of PISA. UK: Pearson

Caraballo, R. Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas. PROFESORADO, 17(2), 225-241.

Cunningham, R., Close, S., Shiel, G. (2016) Assessment of project maths at junior certificate level: an exploratory study using the PISA and TIMSS assessment frameworks. The Irish Journal of Education, xli, pp. 78-116.

Eivers, E. (2010) PISA: Issues in implementation and interpretation. Irish journal of Education, 38. 94-118

Marco teórico pruebas PISA 2015 en español. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/pisa-2015.html>

Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. Educational Studies in Mathematics, 40(1), 1-24.

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish kom project (Proyecto KOM. The national academies: The national academies). [Http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical\\_competencies\\_and\\_the\\_learning\\_of\\_mathematics.pdf](Http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf)

Preguntas liberadas de PISA como recursos didácticos de Matemáticas. Recuperado de <http://educalab.es/inee/evaluaciones-internacionales/preguntas-liberadas-pisa-piaac/preguntas-pisa-matematicas>

## **ANEXO: EJEMPLOS PREGUNTAS PISA**



A continuación, analizamos brevemente una serie de ejemplos extraídos de las pruebas PISA en sus distintas ediciones<sup>4</sup>, en función de los criterios detallados en el marco teórico, que sirven para establecer una clasificación de los distintos problemas.

### EJEMPLO 1

## CHATEAR

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo utilizando el “chat” de Internet. Ambos tienen que conectarse a Internet simultáneamente para poder "chatear".

Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



### Pregunta 1

Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?

Respuesta: .....

El problema nos pide una respuesta concreta (**respuesta cerrada**), una hora determinada, obtenida a partir de un cálculo aritmético sencillo (**cambios y relaciones**), partiendo de la información gráfica proporcionada por los distintos relojes que marcan 3 husos horarios, donde se debe saber cómo conectar lo que queremos resolver con nuestros conocimientos matemáticos (se trabaja el **proceso de formular o de conexión** dentro de la competencia matemática). Por último, el contexto en el que se enmarca el problema es **personal**.

La única solución posible y correcta es las 10 de la mañana, considerándose cualquier otro tipo de respuesta como errónea

<sup>4</sup> <http://educalab.es/inee/evaluaciones-internacionales/preguntas-liberadas-pisa-piaac/preguntas-pisa-matematicas>

## Pregunta 2

0 1 9

Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo.

¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

El problema se complica con respecto al anterior, ya que, aunque nuevamente se nos pide una respuesta concreta (**respuesta cerrada**), obtenida a partir de un cálculo aritmético (**cambios y relaciones**), tenemos en este caso distintas posibilidades y no una hora en concreto. Nuevamente el alumno se apoyará en la información gráfica proporcionada, pero también en el problema resuelto anteriormente, para, partiendo del mismo, intentar generalizar el proceso realizado, aplicándolo a cualquier posible variante del problema y comprobando que los resultados obtenidos son razonables (se trabaja el **proceso de interpretar o de reflexion** dentro de la competencia matemática). Por último, el contexto en el que se enmarca el problema es, nuevamente, **personal**.

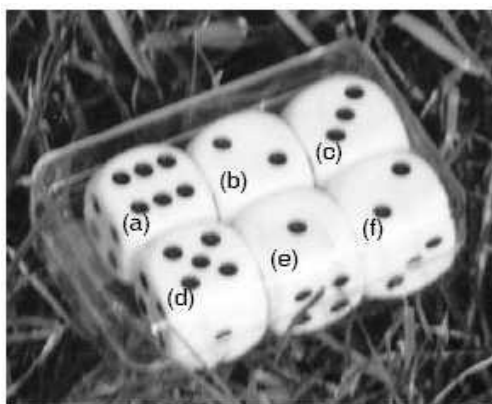
Cualquier hora o intervalo de tiempo que satisfaga las condiciones marcadas en el enunciado se considera como válido, según se indica en los criterios de corrección. Por ejemplo, de 16:30 a 18h en Sidney y de 7:30 a 9h en Berlín.

## EJEMPLO 2

### CUBOS

En esta fotografía puedes ver seis dados, etiquetados desde (a) hasta (f). Hay una regla que es válida para todos los dados:

En todo dado, la suma de los puntos de cada dos caras opuestas es siete.



---

#### Pregunta 1

1 0 9

Escribe en cada casilla de la tabla siguiente el número de puntos de la cara inferior del dado correspondiente al de la foto.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

El problema nos pide una respuesta concreta (**respuesta cerrada**), obtenida a partir de un proceso de observación de las figuras (los dados) proporcionadas (**espacio y forma**), donde nos debemos limitar a aplicar nuestros conocimientos matemáticos siguiendo las directrices proporcionadas por el enunciado y sin tener en ningún momento que reformular o interpretar

qué se nos pide (se trabaja el **proceso de empleo o de reproducción** dentro de la competencia matemática). Por último, el contexto en el que se enmarca el problema puede ser tanto el **personal como laboral**.

Teniendo en cuenta el dato proporcionado (las caras opuestas suman 7) y la configuración de caras de la imagen, es fácil deducir que el resultado buscado es

1 5 4

2 6 5

### EJEMPLO 3

## REPRODUCTORES DE MP3

Music City: especialistas en MP3

Reproductor de MP3

Auriculares

Altavoces

155 zeds

86 zeds

79 zeds

### Pregunta 2

PM904Q02

Olivia sumó los precios del reproductor de MP3, los auriculares y los altavoces en su calculadora.

El resultado que obtuvo fue 248.



El resultado de Olivia es incorrecto. Cometió uno de los siguientes errores. ¿Qué error cometió?

- A Sumó uno de los precios dos veces.
- B Olvidó incluir uno de los tres precios.
- C Dejó sin introducir la última cifra de uno de los precios.
- D Restó uno de los precios en lugar de sumarlo.

El problema nos pide elegir entre unas de las opciones propuestas (**respuesta múltiple**), obtenida a partir de la detección del error en una suma (**cantidades**), donde nos debemos

limitar a aplicar nuestros conocimientos matemáticos siguiendo las directrices proporcionadas por el enunciado y sin tener en ningún momento que reformular o interpretar qué se nos pide (se trabaja el **proceso de emplear o de reproducción** dentro de la competencia matemática). Por último, el contexto en el que se enmarca el problema puede ser tanto el **personal como laboral**.

Aplicando a la suma de los precios de los 3 productos cada una de las opciones propuestas, rápidamente se pueden descartar las opciones a y d, llegando finalmente a la conclusión de que la suma realizada ha sido  $248 = 155 + 86 + 7$ , luego la opción correcta es la c.